APUNTES PARA UNA DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

DOCUMENTO 1

APRENDER MATEMÁTICAS Y APRENDER A PENSAR

1.- INTRODUCCIÓN: ANTES DEL NÚMERO

Imaginemos, como si de una cámara que grabara lo que ocurre, o como si estuviéramos leyendo un relato bien construido, que la maestra de infantil -poned el curso y la edad que os parezca oportunos, pero pensad sobre todo en niños muy pequeños- ha sacado a sus alumnos al patio y los ha sentado en círculo alrededor de ella. Entonces coge una cuerda -pongamos de color azul- y la coloca en el suelo formando una espiral, como si estuviera "haciendo churros."... Después coge otra cuerda -pongamos de color amarillo- y la coloca también en el suelo, pero ésta totalmente extendida como formando una recta. Entonces la maestra plantea: *vamos a jugar a acertar*: *A ver quién acierta* cuál de las dos cuerdas es la mayor, la más larga.… Después deja un tiempo para que los alumnos *piensen y se expresen.*
Porque nuestra maestra está convencida del auténtico valor del tiempo escolar, es por lo que ella no se precipita, digamos que no no le importa "perder el tiempo" en esta fase en la que los alumnos pueden expresar muchas cosas. Algunos -sobre todo los más pequeños- no necesitan mucho tiempo para asegurar que la cuerda más larga es la que ellos "ven" más larga porque está totalmente extendida, es decir, la amarilla. Otros sin embargo, pueden haber pasado ya por la experiencia de cómo a veces nos engaña nuestra propia mirada, uno de esos primeros aprendizajes que marcan a su manera y ya para siempre nuestros propios destinos; y es por ello que no lo tienen tan claro. Por todo eso a nuestra maestra le gusta detenerse y detener el tiempo provocando pequeños debates entre los alumnos en los que éstos comienzan a aprender que lo que para ellos es evidente, para otros compañeros es evidente lo contrario, iniciando así la liturgia de lo que podríamos llamar la siembra de la inquietud de la duda o de la duda de la inquietud, otro de esos aprendizajes que marcan ya un destino en cada uno de ellos. Y todo eso lo hace nuestra maestra con la conciencia clara de lo que ella misma suele denominar como la relevancia de "saber perder el tiempo" en el aula…
Después, cuando entiende que la cuestión está ya madura, plantea: *Vamos a comprobar…* Y coge ambas cuerdas, las une e iguala por uno de sus extremos y las deja caer para que muchos de los alumnos se percaten de que, para su sorpresa, la cuerda azul que estaba en espiral era la mayor y que, por el contrario, la cuerda amarilla que ellos estaban convencidos de que era la mayor, en realidad es la más pequeña de las dos. Antes de continuar, aclarar que aunque todos sabemos que la comprobación y la demostración tienen suficiente prestigio a la hora de saber de qué parte está la razón, ese prestigio es del mundo de los adultos y no tiene por qué estar presente en el mundo infantil. De modo que es altamente probable que siempre haya algunos alumnos a los que les cueste reconocer su error y planteen: *"Maestra; es verdad que ahora es más larga la azul, pero cuando estaban en el suelo era más larga la amarilla..."*; lo que nos lleva a pensar en la dificultad que supone para los alumnos el concepto de lo que los piagetianos llamarían conservación de la longitud. Evidentemente, el aprender que una cuerda mide lo mismo con independencia de la forma o lugar, es una deducción lógica que muchos alumnos no han alcanzado todavía en su experiencia; y también sabemos que en medio de todo esto siempre está el que las ideas previas de los alumnos suelen ser así de resistentes, tozudas y contumaces.
Por último, añadir que esta misma actividad podría hacerse sustituyendo las cuerdas por cintas de colores, o la linea espiral por una línea ondulada, o haciendo con la cuerda un revoltijo cualquiera; la otra cuerda conviene que esté siempre totalmente extendida porque en las intenciones de nuestra maestra está el utilizarla como trampa provocadora del error y, por lo tanto, de la reflexión. Incluso podríamos también ampliar esta experiencia a comparar, por ejemplo la superficie de un folio arrugado con la de otro menor completamente extendido, etc. Y, como ya podemos intuir, siempre planteado de la misma forma por nuestra maestra, con ese repetitivo: *vamos a jugar a acertar, a ver quién acierta…* después dejar que los alumnos *observen, piensen y se expresen;* y por último, *vamos a comprobar…* También en todos los casos encontraremos la dificultad de los alumnos de entender el principio de conservación de la longitud o -más difícil aún- de la superficie, que plantea la actividad con el folio arrugado.
Imaginemos ahora -también a través de la cámara o del relato- la misma actividad pero utilizando no material continuo, como cuerdas, cintas o folios; sino material discontinuo, material contable, como por ejemplo: botones, fichas de colores, o habas y garbanzos como antiguamente. En un espacio del círculo la maestra ha colocado un conjunto de fichas de un mismo color muy juntas, casi apelotonadas; y en otro lado del círculo, otro conjunto menor con fichas de otro color, pero con los elementos más dispersos y ocupando un espacio mayor. El planteamiento de nuestra maestra sigue siendo el mismo: *vamos a jugar a acertar… A ver quién*

acierta de qué color hay más fichas, qué conjunto es mayor, o simplemente, dónde hay más; y después -ya lo sabemos- dejará que los alumnos *obsereven, piensen y se expresen,* sin prisas y provocando pequeños debates entre ellos... También aquí ocurre que las primeras veces y con alumnos muy pequeños, su respuesta es mayoritariamente casi la misma: un común acuerdo de que hay más donde las fichas están más dispersas, porque para su mirada es mayor lo que ocupa más espacio. Y también aquí nos podemos encontrar con que otros alumnos no lo ven tan claro. Por último, la maestra planteará -también lo sabemos-: *Vamos a comprobar…*; y la forma de hacerlo es similar a lo que hizo con las cuerdas: hacer corresponder una ficha de un conjunto con otra del otro conjunto debajo, formando dos filas, una de cada color, para así comprobar que había más fichas en el conjunto donde éstas estaban más juntas. O bien ir quitando una ficha de cada conjunto hasta que en uno de ellos no quede ninguna. O si la actividad se desarrolla dentro del aula podemos entregar a cada alumno un folio donde están dibujados cada conjunto: uno con los elementos muy juntos y otro menor con los elementos más dispersos, que colorearán de distinto color, y después para comprobar, irán tachando un elemento de cada conjunto. También en este caso no nos deben sorprender las prevenciones de los alumnos referidas a la conservación de la cantidad, y la resistencia, tozudez y contumacia de sus ideas previas: *Es verdad que cuando se forman las filas ese conjunto es mayor, pero cuando estaban en el suelo era mayor el otro…* -dirá algún alumno.

2.- REFLEXIÓN SOBRE LA PRÁCTICA DOCENTE

2.1.- Antes del cálculo[1].

Bien; este es el primer grupo de actividades que he querido con toda la intención que se refieran a Infantil, porque estoy convencido de que es en los primeros años donde se debe sembrar la semilla del aprender a pensar. Decir también que me gusta ponerle como título: *Antes del número.* En primer lugar, para reivindicar que hay una didáctica de las matemáticas anterior o paralela al uso de los números, con actividades concretas como éstas y que no son las consabidas actividades con los bloques lógicos u otros materiales más o menos sofisticados, sino que usan materiales más cercanos y sencillos. Del mismo modo, ese título de *Antes del número* quiere también reivindicar a través de él la necesidad de profundizar en los procesos de aprendizaje que son *"antes de..."*. Me explico: Pareciera como si los maestros tuviéramos demasiada prisa o una especial ansiedad por conseguir que nuestros alumnos adquieran cuanto antes los conceptos matemáticos que consideramos básicos: Que cuanto antes aprendan los números para contar, que cuanto antes prendan los algoritmos para hacer cuentas y resolver problemas, que aprendan cuanto antes el álgebra para resolver ecuaciones... Sin darnos cuenta que con esas prisas y esa ansiedad vamos dejando de lado todo un conjunto muy amplio de actividades interesantísimas y que están en la base del aprendizaje matemático. De modo que la reivindicación de estas actividades que son *"antes de..."* me ha llevado a profundizar en reflexiones y textos que me gusta titular así: *"Antes del número", "Antes del algoritmo", "Antes del álgebra"...*

Y por último, decir también que ese título de *"Antes del número"* es un homenaje al libro *"Antes del Cálculo"* de Berthold Beauverd. Un libro pequeñito, con muy poco más de cien páginas, pero un libro a la vez extraordinario, porque todo él representa un cúmulo de actividades del tipo de éstas que acabamos de ver, de manera que el maestro que las lee, suele decir eso de: *"mañana hago yo esto con mis alumnos"*. Y es además un libro que contiene una muy sugerente propuesta de elaboración y uso de materiales didácticos para los primeros cursos. En fin, un libro que me parece muy recomendable que todos los equipos docentes de Infantil y Primer Ciclo conozcan y manejen. Añadir que su autor, Berthold Beauverd, seguramente no sea muy conocido en la época actual; y este desconocimiento me parece injusto. Por eso me gusta reivindicarle, porque soy de los que piensan que Beauverd es, desde lejos, quien mejor ha sabido llevar al terreno concreto de la práctica en el aula las teorías de Jean Piaget, que escribe precisamente el prólogo de este libro, y en el que el propio Piaget celebra el ver sus teorias llevadas a la práctica con los escolares. De algún modo, este binomio Piaget-Beauverd representa una realidad de nuestro trabajo que tiene que ver con el binomio teoría-práctica. Por ello, reivindicar a B. Beauverd no sólo representa para mí un acto de justicia ante el olvido; sino también una reivindicación de nuestro papel, como maestros. Es -permitánme decirlo- como si al rivindicar a Beauverd reivindicara asímismo las cuestiones del oficio, que es también un modo de decir, reivindicarnos a nosotros mismos como maestros.

2.2.- Descripción densa[2].

Espero que la descripción de estas actividades iniciales haya sido tan clara como si una cámara lo hubiera grabado o como si estuviéramos leyendo un relato bien construido. Sin embargo -sobre todo en el caso de la cámara- esta descripción no sería completa si no le añadimos cuestiones que no se ven, que la cámara no puede

grabar, pero que están ahí implícitas en la actividad. Me refiero, por ejemplo, a las intenciones de la maestra, a por qué elige este tipo de actividades o este material, a por qué plantea la actividad de esa manera y no de otra, etc. Cuestiones todas ellas que nos conducen a profundizar en esos aspectos que están más allá de lo aparente pero que son necesarios para entender lo que ocurre. Y lo que ocurre también es que a esos aspectos sólo podemos llegar "interpretando" la realidad, porque nada nos puede garantizar que lo que lo que nosotros pensamos que ocurre, sea lo que realmente esté ocurriendo, porque esta parte de la realidad a la que pretendemos llegar no es contrastable y medible, está más allá de los sentidos; y por ello sólo podemos llegar a ella con aproximaciones, suposiciones e interpretaciones. Clifford Gertz explica muy bien este tipo de cosas en su libro *"La interpretación de las culturas",* utilizando el concepto de *descripción densa*, descripción que se eleva por encima -también podríamos decir por debajo- de lo aparente.
Así pues utilicemos esta herramienta de descripción densa que nos proporciona la antropología para orientar nuestra reflexión sobre la práctica en torno a dos preguntas muy concretas. En primer lugar podemos preguntarnos el por qué nuestra maestra, a la hora de comprobar esos dos conjuntos -uno con los elementos más juntos y otro con los elementos más separados-, no ha usado el número. Hubiera sido muy fácil: se cuentan los elementos de ambos conjuntos y ya se sabe cuál es mayor. Sin embargo, como hemos visto, nuestra maestra ha preferido el organizar los elementos de ambos conjuntos en dos filas y que sea la mirada del alumno la encargada de la comprobación; a la vez que parece desdeñar la propuesta que significa introducir el número en este tipo de actividades y huir de su resultado inmediato y concluyente. ¿Por qué?
Digamos que hay dos maneras de entender la didáctica de las matemáticas, que con todas las reservas y riesgos que supone la simplificación, podríamos plantearlo así: Una podríamos resumirla en *Aprender Matemáticas*; la otra sería: *Aprender a pensar*. En general tendemos a creer que siempre que estamos enseñando Matemáticas estamos enseñando a pensar. Pero no tiene por qué ser así. Permitidme un ejemplo que después aprovecharemos para otra cosa. Imaginemos el maestro que enseña a sumar a sus alumnos y utiliza el modo tradicional de sumar contando con los dedos de uno en uno: *vamos a sumar 8 + 7... 8, 9,.... 15. 8 +7 son 15.* Desde el punto de vista de *aprender matemáticas*, esta es una estrategia extraordinariamente eficiente y fiable: los alumnos raramente se equivocan. Quizás por eso siga teniendo tanto éxito entre los maestros que pueden tender a pensar que han "enseñado a sumar" a sus alumnos. Sin embargo, como todos sabemos, esta estrategia desde el punto de vista del "aprender a pensar" aporta muy poco, pues todo se reduce a una actividad mecánica y repetitiva.
Creo que ésta distinción entre *Aprender Matemáticas y Aprender a pensar* debe ser una de las primeras ideas claras que debemos establecer en cuanto a la didáctica de las Matemáticas se refiere. Al hablar de *Aprender Matemáticas* nos estamos refiriendo al aprendizaje como adquisición de herramientas que ayudan a resolver cálculos y problemas de la vida real. Es el caso típico de los algoritmos y de las estrategias que, como "sumar con los dedos" contando de uno, orientan la actividad hacia la consecución de un resultado exacto, incuestionable y concluyente. Podríamos decir que aquí lo importante es la meta. Por el lado contrario, el *Aprender a pensar* orienta la actividad hacia el aporte de experiencias que son ensayos y errores; y lo importante aquí es el proceso. Digamos que nuestra maestra sabe todo esto, y por saber todo esto, es por lo que está plenamente convencida de que sobre todo en los primeros cursos el *Aprender a pensar* debe prevalecer sobre el *Aprender matemáticas*, lo que daría respuesta a esa pregunta de por qué elude introducir el número en este tipo de actividades y prefiere dirigir con toda intención esta actividad hacia el protagonismo de la mirada. Porque mientras el número orienta la actividad hacia el resultado, la mirada orienta la actividad hacia el mundo de los procesos, las aproximaciones, y a introducir -quizás sería mejor hablar de sembrar- entre los alumnos la inquietud de la duda -o la duda de la inquietud- ; y en estos casos prácticos que hemos descrito, hacia la toma de conciencia de que había un error que estaba en su mirada, un poco extraviada, y que creía que la cuerda más corta era la más larga, o que había más botones donde en realidad había menos.
Apostar por la mirada como hace nuestra maestra supone un proceso de aprendizaje que elige, con todas sus consecuencias, el aprender a pensar en el sentido de este texto machadiano que casi suena a proyecto educativo global: *Lo importante es aprender a pensar, a utilizar nuestros sesos para el fin al que por naturaleza están destinados; a calcar fielmente la línea sinuosa y siempre original de nuestro propio sentir; a ser nosotros mismos para poner el día de mañana el sello de nuestra alma en nuestra obra...*
En definitiva, apostar por la mirada y no por el número, es apostar por procesos lentos, por caminos largos y sinuosos, por *Afinar la mirada*, que se constituye en un primer aprender a mirar, anterior y a la vez base y fundamento del aprender a pensar. Apostar por la mirada y no por el número, contiene también un principio metodológico global muy interesante de la didáctica de las Matemáticas que, dice que más importante que el resultado inmediato es el proceso de aprendizaje; y que cuánto más largos y lentos sean los procesos más

experiencia de aprendizaje suelen acumular. Y contiene también un principio y una manera de ir por la vida en la que más importante que la meta es el camino, en el sentido machadiano, o también en el sentido de estos versos del famoso poema *Ítaca* de Kavafis:

ÍTACA

Cuando emprendas tu viaje a Ítaca
pide que el camino sea largo,
lleno de aventuras, lleno de experiencias.
………….
Ten siempre a Ítaca en tu mente.
Llegar allí es tu destino.
Mas no apresures nunca el viaje.
Mejor que dure muchos años
y atracar, viejo ya, en la isla,
enriquecido de cuanto ganaste en el camino.

En definitiva, lo que queremos decir es que en la enseñanza de las matemáticas debemos establecer un primer criterio claro de que la actividad debe ser proritariamente una actividad de pensamiento y alejarla -en el caso del cálculo aritmético es muy evidente- de la tendencia o riesgo de convertirse en una actividad repetitiva, mecánica, rutinaria y alejada de lo que pudiera entenderse como desarrollo del pensar. Éste bien pudiera ser nuestro gran objetivo, uno de esos princicipios teóricos como los que nos gusta tener escritos en el panel de corcho que colocamos junto a nuestra mesa de maestro para que no se nos olvide y tenerlo siempre presente.

2.3.- El mundo de las emociones en el aprendizaje.

Hemos reflexionado ya lo suficiente sobre las cuestiones más profundas referidas a las intenciones y planteamientos teóricos y prácticos de nuestra maestra; pero apenas hemos dicho nada de los otros protagonistas de la actividad, es decir, los alumnos, más allá de sus respuestas equivocadas y de sus ideas previas que hemos visto ya. Así que nuestra segunda pregunta para esta reflexión sobre la práctica tiene que ver con ellos; de manera que podríamos preguntarnos acerca de lo que puede sentir el alumno que estaba plenamente convencido de que la cuerda amarilla era la mayor, y que de pronto, al comprobarlo la maestra, descubre que estaba profundamente equivocado. Una pregunta que nos conduce a indagar en lo que podríamos llamar *El mundo de las emociones en el aprendizaje*. Un campo de investigación éste, apenas explorado por la pedagogía, pero que creo interesantísimo y a la vez muy a tener en cuenta. Es verdad que ya existe y se ha desarrollado el concepto de *"Inteligencia emocional"* de Goleman y que también, aunque bastante menos conocido está el libro: *"Educar en el asombro"* de Katherinne L'Ecuyer, y que ¿por qué no? quizás alguien esté escribiendo en estos momentos algo así como *"Educar en el entusiasmo"*; donde se hablará de cómo el entusiasmo del maestro al enseñar, propicia en justa correspondencia el entusiasmo del alumno por aprender. O también *"Educar en el afecto"* que vendría a plantear que el método más científico apenas tiene nada que hacer ante un maestro que sabe empatizar con sus alumnos. Aunque también, y en sentido contrario, quizás debamos ¿por qué no? analizar las desastrosas consecuencias de la situación en la escuela actual en un libro que se podría titular así: *"Educar en el agobio"*, tan presente hoy en día en nuestras aulas. Entusiasmo, asombro, afecto, agobio…; es decir, todo ese mundo de las emociones en el aprendizaje, un campo interesantísimo en el que queda mucho por investigar y en el que los maestros, por nuestra cercanía con los alumnos, tenemos mucho que decir y aportar.

Personalmente, este mundo de las emociones en el aprendizaje constituye el núcleo fundamental de mi libro *"Con trozos de tiza. Apuntes y relatos para una pedagogía ingenua"*. Porque cuando lo estaba escribiendo encontré este "tesoro" del mundo de las emociones en el aprendizaje, un mundo al que sólo pude acceder a traves del relato y de los recursos literarios. Por eso es que me gusta decir que este libro es como un libro "anfibio" que viviera por un lado en los territorios de la Pedagogía; y por otro en los de la Literatura.

Y es con la palabra Literatura precisamente, como me gustaría recuperar la pregunta que nos habíamos planteado acerca de qué puede sentir el alumno que estaba plenamente convencido de que la cuerda amarilla era la mayor, y que al comprobarlo su maestra, descubre de pronto que estaba profundamente equivocado...

Porque es en la propia Literatura donde encontré la mejor respuesta a esta pregunta. Es en este texto de A. Machado que seguramente conocéis y que se titula: *"Recuerdo de mi caña dulce"*. Y que dice así:

No recuerdo bien en qué época del año se acostumbra en Sevilla a comprar a los niños cañas de azúcar, cañas dulces, que dicen mis paisanos. Más sí recuerdo que, siendo yo niño, a mis seis o siete años, estábame una mañana de sol sentado en compañía de mi abuela, en un banco de la plaza de la Magdalena, y que tenía una caña dulce en la mano. No lejos de nosotros, pasaba otro niño con su madre. Llevaba también una caña de azúcar. Yo pensaba: la mía es mucho mayor. Recuerdo bien cuán seguro estaba yo de esto. Sin embargo, pregunté a mi abuela: ¿no es verdad que mi caña es mayor que la de ese niño? Yo no dudaba de una contestación afirmativa. Pero mi abuela no tardó en responder, con un acento de verdad y de cariño, que no olvidaré nunca: al contrario, hijo mío, la de ese niño es mucho mayor que la tuya.

Parece imposible que este trivial suceso haya tenido tanta influencia en mi vida. Todo lo que soy —bueno y malo— cuanto hay en mí de reflexión y de fracaso, lo debo al recuerdo de la caña dulce.

A. Machado

3. PROPUESTA MEODOLÓGICA:

La profunda reflexión a la que nos conduce este pequeño texto de nuestro poeta acerca de la condición humana, no es sólo una magnífica respuesta a nuestra pregunta sobre lo que puede sentir el alumno al descubrir su error, sino también contiene y fundamenta el planteamiento de nuestra maestra de j*ugar a acertar y comprobar*, en el sentido de cuánto hay en todo lo que ella hace *de reflexión y de fracaso* al que alude nuestro poeta. Porque habíamos establecido como objetivo principal de la didáctica de las matemáticas el aprender a pensar. Un gran objetivo, hasta podríamos decir un hermoso objetivo, pero un objetivo por muy grande y hermosos que nos parezca, por sí sólo no resuelve nada ni puede pretender justificarlo todo. De alguna manera todos sabemos que ese objetivo hay que definirlo y desarrollarlo en pequeñas actividades concretas a realizar en el aula con nuestros alumnos. Y para ello vamos a seguir acompañando el quehacer de nuestra maestra que como hemos visto, frente a la idea de *Aprender Matemáticas* y su apuesta por el resultado, ella elige con todas las consecuencias ese proceso de *Aprender a pensar* en el que el alumno va ir pasando en sus respuestas de *jugar a acertar* primero, a después *estimar y aproximar*. Un proceso largo y lento, de búsqueda, de hallazgos, y de errores que son también experiencia de aprendizaje; un proceso de *reflexión y de fracaso* en el sentido machadiano, un camino que cada alumno es importante que recorra de forma personal y única.

3.1.- Jugar a acertar y comprobar.

Bien, con la reflexión sobre la práctica en torno a estas dos preguntas, podemos decir ya que los presupuestos teóricos de los que nuestra maestra parte han quedado más o menos suficientemente -también extensamente- aclarados- Pero en mi opinión queda todavía lo más interesante. Me refiero a cómo nuestra maestra lleva esos presupuestos teóricos a la práctica, los ejecuta, convierte la teoría en actividades concretas. Todos hemos visto cómo nuestra maestra plantea una y otra vez eso de: *vamos a jugar a acertar, a ver quién acierta* para después dejar a los alumnos *observar, pensar y expresarse* y por último añadir: *Vamos a comprobar.*

Analicemos, como si de un comentario de texto se tratara, estos tres verbos que constituyen la columna vertebral de su forma de hacer en el aula: *jugar, acertar, comprobar.* Sobre el verbo *jugar,* pocas dudas; todos aprendimos en nuestros manuales de Pedagogía aquello de que el juego es el recurso de aprendizaje por excelencia y que lo que se aprende jugando no se olvida nunca. Si acaso sólo añadir que quizás no seamos del todo coherentes con aquello que aprendimos y que en general en nuestras aulas se juega menos de lo que se debería. Voy a dejar el verbo *acertar* para el final y vamos a analizar el verbo *comprobar* del que también sabemos algo. Sabemos que la comprobación es una estrategia de aprendizaje que conduce al aprender por sí mismo; y que el alumno que aprende a comprobar se convierte en un aprendiz autónomo e independiente; de manera que muchas veces la mejor respuesta del maestro a las preguntas del alumno: *¿está bien esta cuenta?* O esta otra tan característica: *¿el problema es de multiplicar?* Sería: *compruébalo tú mismo…* Digamos que nuestra maestra lo sabe y es por ello que a la tercera o cuarta vez que repite este tipo de ejercicios propondrá a sus alumnos: *"A ver, algún voluntario que lo compruebe...";* e irá pasando el protagonismo de la comprobación a los propios alumnos en ese sentido, ya expresado, de que aprender a comprobar es la semilla de un aprendizaje autónomo e independiente.

Y he dejado para el final el verbo *acertar* porque con este verbo tengo una relación personal que ha pasado del odio al enamoramiento. Me explico: yo era de los maestros que no había cosa que más odiara y me irritara que esas respuestas de los alumnos ante un problema haciendo la primera operación que se les viene a la

cabeza a ver si aciertan, o cuando te preguntan: *maestro, el problema es de dividir ¿no?* A lo que yo, enfadado, contestaba: *no juegues a acertar, piensa…* Lo había repetido tantas veces que un día me sorprendí a mí mismo aprendiendo de mis alumnos de apoyo una lección que me hizo cambiar mi planteamiento. Digamos que yo soy de los maestros que están convencidos de que una de nuestras funciones principales es preguntar y que a través de esas preguntas el alumno vaya descubriendo los conceptos. Entonces, de mis alumnos de apoyo aprendí que no todas las formas de plantear las preguntas son iguales. Me explico: Podemos preguntar a los alumnos: *¿cuantos son 6 + 9?* y los alumnos que saben la respuesta levantarán la mano. Hasta entonces nunca me había planteado que ante una pregunta planteada así, casi inocentemente, mis alumnos de apoyo casi nunca participarían, porque en el fondo esa pregunta inocente es fácilmente traducible por: *A ver quién sabe cuántas son 6 + 9.* Planteada así la pregunta, en el ámbito del saber, sitúa al alumno en la tesitura del lo sé o no lo sé, muy cerca del miedo al error; o peor aún, corre el riesgo de establecer en la autoconciencia de cada niño el *yo soy de los que saben/ yo soy de los que no saben*; adjudicando así autorroles muy peligrosos en edades tan tempranas. A veces los aspectos inclusivos de la educación, se plantean en pequeños terrenos de juegos como éste, sólo hay que analizar la participación en clase de nuestros alumnos de apoyo para verlo.
Por todo esto, desde entonces me gusta plantear las preguntas desde éste: *vamos a jugar a acertar, a ver quién acierta.* Planteada así la pregunta, desde el jugar a acertar, promociona la participación inclusiva, de todos: los que saben la respuesta, pero también los que no sabiéndola apuestan por una respuesta aproximada y creen tener posibilidades de acertar; e incluso habrá alumnos que ni siquiera piensen y digan el primer número que se les viene a la cabeza: *"Total, ¿quién sabe? A lo mejor acierto"…* A veces, repito, los aspectos de una educación inclusiva o excluyente se suelen plantear en pequeños terrenos de juego como éste de *a ver quién sabe/a ver quién acierta* y los maestros no somos del todo ajenos a esos escenarios.

3.2.-De jugar a acertar, a estimar y aproximar.
Lo bueno de una profunda reflexión sobre la práctica es que nos permite trascender ese conjunto de reflexiones a otros aspectos curriculares. Eso es lo que ocurre con el planteamiento de nuestra maestra de: *Vamos a jugar a acertar, a ver quién acierta*, después dejar que los alumnos *observen, piensen y se expresen;* y por último: *Vamos a comprobar.* Porque desde nuestro punto de vista ese planteamiento tiene, por su valor inicial e iniciático, un carácter fundacional para la didáctica de las Matemáticas. Permitidme explicarlo con un ejemplo: Imaginemos el niño que está comenzando el aprendizaje de la suma. No es lo mismo plantearle la suma como una operación en la que se trata de juntar y contar de uno en uno, o a contar con los dedos; a plantearlo como un juego de acertar. El carácter fundacional es que la forma en que la actividad está planteada está marcando ya desde muy pronto una forma de aprender a aprender, en la que por un lado el aprendizaje consiste en proporcionar al alumno una estrategia segura para resolver una cuenta; y por otro un juego de acertar, de búsqueda y de hallazgo, de experiencia de ensayo y error. Es -permítaseme la analogía- el aprendizaje como adquisición segura, frente al aprendizaje como aventura.
Digamos que ahí, en esa sutil diferencia empieza todo, porque además ese *jugar a acertar* contiene en sí mismo una propuesta metodológica, por un lado clara y sencilla; y por otro lado muy potente y ambiciosa, porque es capaz de abarcar una didáctica del cálculo desde Infantil hasta sexto de Primaria y más allá, en una misma línea metodológica global en la que todos los profesores, independientemente del curso en el que estén, se reconozcan y se encuentren. Además, una propuesta metodológica que es independiente de la forma de hacer de cada maestro, del algoritmo, o del material a emplear. Da igual -o por lo menos no es de una importancia relevante- el empleo del algoritmo tradicional o el método ABN; da igual -o casi- las habas y garbanzos de la escuela antigua, que las regletas de Cuisenaire de la escuela moderna. Porque lo importante no es el algoritmo o el material, sino el que la actividad se plantee de forma que estimule el aprender a pensar que es nuestro objetivo principal.
Para ilustrar esta propuesta metodológica tan sencilla y a la vez tan ambiciosa, permitidme que lo haga con algunos ejemplos. Imaginemos, en primer lugar, las actividades de contar que se suelen hacer en nuestras aulas de Infantil y en las que los alumnos aprenden los números manipulando toda clase de objetos, por ejemplo lápices. El maestro plantea a los alumnos: *Vamos a contar los lápices que hay en este lapicero… Empezamos…* Y va contando con sus alumnos los lápices de uno en uno. Esa podría ser la actividad habitual de contar en nuestras aulas. Imaginemos ahora la misma actividad desde el planteamiento de nuestra maestra: *Vamos a jugar a acertar… A ver quién acierta cuántos lápices hay en el lapicero…* Y los alumnos apuestan cada uno por un número; para después comprobarlo contando entre todos como en el planteamiento anterior, y al final contrastarlo con el número por el que habían apostado. Aparentemente apenas hay diferencia entre uno y otro planteamiento; y sin embargo es esa sutil diferencia en la forma en que una misma actividad es planteada lo

que nos parece fundamental. Porque en el primer caso, la actividad tiende a convertirse en poco tiempo en más o menos mecánica, mientras ese juego de acertar permite al segundo planteamiento introducir una actividad mínima -sólo aparentemente- de pensamiento. De alguna manera en ese diálogo que el alumno establece entre esos dos números -el de su apuesta y el de la comprobación-, ese *¡Uy, por poco acierto!, ¡Anda que no estaba equivocao ni ná!,* etc., es donde está el fundamento de su forma de aprender a pensar. Y es ahí en esa experiencia, en ese juego dialéctico que el alumno establece entre esos dos números donde está también eso que Machado nos habla de *cuánto hay en mí de reflexión y de fracaso.*
Otro ejemplo: Imaginemos ahora al maestro de primero al que aludíamos antes, que está enseñando a sumar a sus alumnos y lo hace de la forma tradicional de contar con los dedos de uno en uno que ya hemos visto. *Vamos a sumar 8 y 7.* y cuenta: *ocho, nueve, diez...* ¿Cómo sería la misma actividad con la misma estrategia metodológica y el mismo material -los dedos- desde nuestra propuesta? Pues apliquemos simplemente lo que nuestra maestra hace: *Vamos a jugar a acertar. A ver quién acierta cuantos son 8 y 7.* Y ya sabemos, después dejar que los alumnos *piensen y se expresen* cada uno con el número que estimen; y por último: *vamos a comprobar* y podemos hacer la comprobación, contando con los dedos de uno en uno… En el primer caso y como vimos anteriormente, se trata de una estrategia que se preocupa principalmente por el resultado y en ese sentido es muy fiable y el alumno rara vez se equivoca, lo que refuerza su validación y puede explicar su éxito entre el profesorado. Digamos que el resultado es magnífico, pero el proceso tiende a lo mecánico, apenas hay nada que pensar. En el segundo caso, se parte de una actividad, que aunque mínima ya es de pensar. Ya sabemos que sobre ese diálogo entre el número por el que se apuesta y el resultado exacto de la comprobación es donde el alumno va construyendo su manera de pensar, a la vez que generando poco a poco una actitud y una costumbre que consiste en que antes de coger el lápiz y calcular, hay que darle vueltas en la cabeza buscando un resultado aproximado. De esta manera, hay una preocupación mayor por el proceso; ni siquiera el resultado exacto tiene mucho valor, interesa más el proceso de aproximaciones; y el error pasa a formar parte importante de ese proceso de experiencia de aprendizaje que lo es de acertar, estimar y aproximar.
Imaginemos ahora al maestro que enseña a los alumnos a sumar con las habas uniendo los dos conjuntos con *8 y 7* elementos para después contarlos de uno en uno. O imaginemos al maestro que utiliza las regletas de Cuisenaire y une las de 7 y 8 (negra y marrón) para colocar encima las de 10 y 5 (naranja y amarilla). Y comparémoslo con la misma actividad desde nuestra propuesta metodológica donde se incorpora una actividad previa que es *jugar a acertar*, es decir buscar entre los números un resultado posible, o la regleta que falta. Y esa actividad de búsqueda, aunque nos parezca mínima, es ya de por sí una actividad de pensamiento.
Vamos con otro ejemplo. Imaginemos que el maestro de cuarto ha planteado un problema con la multiplicación de 3,75 X 2,50. Una multiplicación que en la forma tradicional, ya sabemos, se multiplican los factores ignorando las comas y después se pone la coma en el resultado atendiendo al número total de decimales entre ambos factores. Pues bien ¿Cuál sería el plenteamiento desde nuestra propuesta? Nuestro *jugar a acertar* sigue siendo válido lo que ocurre es que en el recorrido dentro de esta propuesta, los alumnos de cuarto ya han convertido el jugar a acertar, en jugar a estimar y aproximar: *tres y pico, casi cuatro, por dos y medio puede dar sobre ocho o nueve…* y después aplicamos el algoritmo y como el resultado es 93750, colocamos la coma en el sitio que corresponde según el cálculo aproximado; es decir, en 9,3750 y de camino podemos hablarle a nuestros alumnos de la coincidencia de que el número de decimales en el resultado sea igual que el número de decimales entre los dos factores.

4.- CONCLUSIONES.-
Así pues, nuestra propuesta metodológica se resume en estos tres verbos: *acertar, estimar y aproximar,* dependiendo de la edad de nuestros alumnos. Cabría el preguntarnos sobre cuándo se producirá ese cambio de jugar a acertar a estimar y aproximar. En mi opinión no hay que tener prisas y ese es un proceso personal e íntimo de cada alumno y que habrá de recorrer por sí mismo. Además suele ser un proceso de descartes y aproximaciones. Primero el alumno empieza a descartar los resultados más evidentes y poco a poco va estrechando la horquilla de los resultados hasta acercarse o acertar plenamente. En general es un paso que aunque sigamos proponiendo *jugar a acertar,* la mayoría de los alumnos de primero lo han dado ya antes de terminar el curso. De alguna manera ellos ya han aprendido que no vale cualquier número si quieren tener probabilidades de acertar, dando así intuitivamente el paso hacia la estimación y aproximación.
En definitiva, digamos que nuestra propuesta metodológica pretende en general focalizar su atención en el cálculo aproximado, una actividad bastante relegada en nuestras aulas en lo que al cálculo se refiere. Digamos que la didáctica del cálculo comprende tres ámbitos de aprendizaje y que los tres deberían tener el mismo rango y por lo tanto, el mismo tratamiento en cuanto a relevancia y tiempo del horario escolar destinado a sus

actividades. En primer lugar está el *cálculo escrito*, que ha sido llevado a la práctica en nuestras aulas con numerosas actividades (cuentas en la pizarra, cuadernillos de cálculo, etc.). Otro ámbito sería el *cálculo mental*, que también se practica normalmente en nuestras aulas, aunque no sé si en grado suficiente; y en tercer lugar -pero con la misma importancia, al menos- estaría el *cálculo aproximado*, y es en este ámbito en el que nuestra propuesta metodológica pretende incidir.

A nuestro modo de entender el *acertar, estimar y aproximar*, debe **preceder y presidir** cualquier actividad matemática -en el cálculo es muy evidente que ese papel le corresponde al cálculo aproximado- en nuestras aulas; ya sea de cálculo escrito, cálculo mental, o incluso las operaciones de contar o las encaminadas a resolver un problema. Todas ellas deben iniciarse con el jugar a *acertar, estimar, aproximar,* dependiendo del curso o la edad de los alumnos. Por lo tanto, desde este primer momento hay ya una **propuesta global** que podríamos empezar a practicar en nuestras aulas y no es otra que la de acostumbrar a nuestros alumnos a que antes de coger el lápiz -por ejemplo- para iniciar la mecánica del algoritmo, hay que pararse un momento y darle vueltas en la cabeza a ver cuánto más o menos puede dar esa cuenta.

Esta es otra de las ideas muy claras que debemos tener. Porque nuestra propuesta metodológica, pretende incidir sobre todo en el ámbito de las actitudes y los hábitos. De lo que se trataría es de fomentar la actitud y el hábito de que una actividad matemática es de pensar y en el caso del cálculo lo primero es pensar cuánto va a dar aproximadamente. Frente al hábito tan arraigado en nuestros alumnos de ante una cuenta coger el lápiz y empezar directamente el algoritmo, está este cambio de actitud de pararse y plantearse un cálculo aproximado de cuánto más o menos va a dar. Así, ante el cálculo, el alumno se encontrará siempre con dos puntos de referencia: el cálculo aproximado que él piensa que puede dar la cuenta y el cálculo exacto de la comprobación; y es, repetimos, en ese diálogo, en la reflexión dialéctica entre estos dos números, como el alumno va convirtiendo el cálculo en una actividad íntimamente relacionada con el pensar. Sólo con llevar a la práctica esta **propuesta global** tan sencilla, estaríamos ya dando un salto cualitativo en nuestro objetivo de convertir el cálculo en una actividad de pensamiento. Además esta propuesta global apenas tiene por qué interferir en las formas de hacer que cada maestro crea oportuno. Incluso en el caso de un maestro acostumbrado a trabajar priorizando el cálculo escrito, apenas interfiere puesto que únicamente se trataría de generar en sus alumnos la costumbre de que antes de empezar el algoritmo le dedique un poco de tiempo a jugar a *acertar, estimar, aproximar,* un resultado previsible.

Reseñar además la funcionalidad de esta propuesta en relación con el uso social del cálculo. En un mundo en el que cada día hacemos menos cuentas en el sentido de aplicar algoritmos para conseguir un cálculo exacto y utilizamos para ello más la calculadora, el uso social de las operaciones va casi quedando relegado a las operaciones más ligadas al cáculo aproximado y al cálculo mental. En cualquier cuenta de la vida diaria, nos interesa más el redondear, o la previsión de saber cuánto más o menos va a dar, que su valor exacto.

Por último sólo añadir que en muchos casos la didáctica de las matemáticas es más que otra cosa, una cuestión de tener las ideas claras. Al menos para no sentirnos perdidos ante la amplitud y complejidad del tema o seducidos por propuestas más o menos exóticas o novedosas que sin darnos cuenta asumimos acríticamente. La primera de estas ideas claras -no nos cansaremos de repetirlo- es convertir toda actividad matemática en una actividad de pensamiento; y la segunda es profundizar en esta propuesta metodológica global de que toda actividad matemática debe estar precedida y presidida por el cálculo aproximado en cualquiera de sus formas: *acertar, estimar, aproximar,* dependiendo de la edad de los alumnos. Esta profundización es más necesaria que nunca si tenemos en cuenta que el cálculo aproximado es también un ámbito que destaca por sus carencias en lo que a actividades concretas a desarrollar en el aula se refiere. Sólo hay que buscar en nuestros libros de texto actividades concretas destinadas al cálculo aproximado para darnos cuenta de ese vacío. Rellenar ese vacío es la tarea que nos corresponde.

[1] B. Beauverd: *Antes del Cálculo.* Edit Kapelusz.
[2] Clifford Gertz: *La interpretación de las culturas.* Edit. gedisa